Multiplier par 10 (réinvestissement de connaissances sur la multiplication)

Points de vigilances :

- une règle ?

La règle souvent appliquée avec les élèves est : *« Quand on multiplie un nombre par 10, on ajoute un zéro à la fin du nombre multiplié ». Mathématiquement, cela est faux.* En effet, si ajouter un zéro au nombre multiplié par 10 fonctionne sur les nombres entiers, cela ne fonctionne pas sur les écritures à virgule des nombres.
Ainsi, quand on multiplie *8,56 par 10*, on obtient 85,6 et non pas 8,560 ni 80,560 ni 80,56.

règle : « Multiplier par 10, c'est ajouter un 0 à la fin de l'écriture du nombre. »	
exemples d'erreurs d'élèves de cycle 3 appliquant cette règle sans y mettre de sens :	Conceptions sur les nombres décimaux de l'élève
8,56 x 10 = 8,560	Ici, l'élève met le zéro à la fin, après le dernier chiffre de l'écriture du nombre (donc après le 6), comme il l'a appris sur les entiers.
8,56 x 10 = 80,56	Ici, l'élève met le zéro à la fin de la partie entière ; il ne prend pas en compte la partie décimale.
8,56 x 10 = 80,560	Ici l'élève met un zéro à la fin de la partie entière et de la partie décimale : il considère les nombres décimaux comme deux nombres entiers séparés par une virgule.

- l'oral : la lecture de l'écriture multiplicative n'est pas la même selon les manuels, selon les enseignant.e.s : 4 x 5 se lit pour certains « quatre fois cinq » pour d'autres « cinq fois quatre » mais en général, elle se lit pour tous «quatre multiplié par cinq ».
Multiplier par 10, c'est rendre dix fois plus grand le nombre multiplié. Il est possible de le faire en rendant dix fois plus grande chaque unité de numération du nombre multiplié. Les unités deviennent des dizaines, les dixièmes deviennent des unités…, etc.
Multiplier par 10, c'est aussi dix fois plus de chaque unité : ce qui permet d'établir que 7 multiplié par dix = 10 multiplié par 7.
Par exemple, quand on multiplie 8,56 par 10 :

- le chiffre des unités 8 prend une valeur 10 fois plus grande et devient le chiffre des dizaines (8 unités multipliées par 10 égal 8 dizaines ; 8 u x 10 = 8 D).
- le chiffre des dixièmes 5 prend une valeur 10fois plus grande et devient le chiffre des unités (5 dixièmes multipliés par 10 égal 5 unités ; 5 dixièmes x 10 = 5 u)
- le chiffre des centièmes 6 prend une valeur 10 fois plus grande et devient le chiffre des dixièmes (6 centièmes multipliés par 10 égal 6 dixièmes ; 6 centièmes x 10 = 6 dixièmes)
- On obtient 8,56 x 10 = 85,6 et non pas 8,560.

Pour illustrer ce rapport décimal entre les unités de numération, on peut utiliser le glisse-nombre.
- en version papier sur le site Eduscol :
http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/42/2/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_4_673422.pdf
- en version numérique : https://mathix.org/linux/archives/11326
Nous attirons votre vigilance sur l'accompagnement langagier développé ci-dessus et illustré dans la vidéo :
http://scolawebtv.crdp-versailles.fr/player.php?id=63129

Propositions d'éléments de séquence pour travailler avec les élèves « multiplier par 10 »

❖ Aborder la commutativité de la multiplication sur des calculs simples avec appui sur la numération

<u>*Exemples de tâches :*</u>

restituer un résultat	7 x 10 = ?	10 x 7 = ?
retrouver un des facteurs	7 x ? = 70	? x 7 = 70
décomposer	70 = ? x ?	
faire le lien avec la division	? : 10 = 7	? : 7 = 10

Lier addition itérée et multiplication

7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = ?
L'élève voit « dix fois sept » : il s'agit de faire apparaitre 10 x 7 ou 7 x 10 *avec une lecture en «dix fois sept » ou «sept multiplié par dix » ou encore « dix multiplié par 7 »* **10 x** 7 = 70 ou 7 x 10 = 70   (je peux prendre 7 unités dix fois plus grandes, donc 7 dizaines)

On peut proposer des calculs plus complexes comme :

7 + 7 + (7 x 8) = ?   *(7 x 2) + (7 x 8) = ?*   *(2 x 7) + (7 x 8) = ?*

7 + (7 x 10)   *24 + (7 x 10)*

❖ Utiliser l'associativité de la multiplication

On propose : 7 x 5 x 2 = ?   7 x 2 x 5= ?

Pour l'élève, il s'agit de repérer 5 x 2 ou 2 x 5 pour faire 10

Arbre à calculs		Suite de calculs		étapes
7 x 5 x 2 7 x 10 70	7 x 2 x 5 7 x 10 70	7 x 5 x 2 = 7 x 10 = 70	7 x 2 x 5 = 7 x 10 = 70	On associe multiplicativement le 2 au 5 pour trouver 10 7 x 10 c'est 7 dizaines, c'est 70.
Ce qui peut se résumer en une seule ligne : 7 x 5 x 2 = 7 x 10 = 70 7 x 2 x 5 = 7 x 10 = 70				

❖ Utiliser la commutativité et l'associativité de la multiplication

On propose : 2 x 7 x 5 = ? ou   7 x 5 x 2 = ?

Pour l'élève, il s'agit de reconstruire multiplicativement 10 à l'aide de 2 et 5

Arbre à calculs	Suite de calculs	Etapes
2 x 7 **x 5** 7 x **10 = 70**	2 x 7 x 5 = 7 x 2 x 5 = 7 x 10 = 70	On associe le 2 au 5 multiplicativement pour trouver 10 en déplaçant le 2. 7 x 10 c'est 7 dizaines, c'est 70.
2 x 7 **x 5** **10** x 7 = 70	2 x 7 x 5 = 2 x 5 x 7 = 10 x 7 = 70	On associe le 2 au 5 pour trouver 10 en déplaçant le 5. 10 x 7 c'est 7 dizaines, c'est 70.

Ce qui peut se résumer en une seule ligne : 2 x 7 x 5 = 7 x (2 x 5) = 7 x 10 = 70 2 x 7 x 5 = (2 x 5) x 7 = 10 x 7 = 70

❖ Utiliser l'associativité de la multiplication, avec décomposition multiplicative, en appui sur la connaissance des tables de multiplication

Pour les nombres pairs : exemple 14 x 5 = ?

- *Pour l'élève, il s'agit de faire apparaitre 2 x 5 (chercher 2 dans 14 pour associer 2 à 5 et faire 10 pour simplifier le calcul) et mobiliser ses connaissances sur les doubles et moitiés (à entrainer sur des séances spécifiques)*

Arbre	Suite de calculs	Ce qu'on fait
14 x 5 7 x 2 x 5 7 x 10 70	14 x 5 **= 7 x 2** x 5 = 7 **x 10** = 70	On décompose multiplicativement 14 **pour** faire apparaitre 2. On associe 2 et 5 pour trouver 10. 7 x 10, c'est 7 dizaines, c'est 70
Ce qui peut se résumer en une seule ligne : 14 x 5 = (7 x 2) x 5= 7 x (2 x 5) = 7 x 10 = 70		

❖ Utiliser la décomposition additive d'un des termes et la distributivité de la multiplication sur l'addition

15 x 5 = ?

Décomposition additive de 15 à l'aide de la numération en (10 + 5) et utilisation de la distributivité

- *Pour l'élève, il s'agit de faire apparaitre :* (10 + 5) x 5 = (10 x 5) + (5 x 5) = 50 + 25 = 75

15 x 5 (10 + 5) x 5 (10 x 5) + (5 x 5) 50 + 25 75	15 x 5 = (10 + 5) x 5 = (10 x 5) + (5 x 5) = 50 + 25 = 75	On décompose additivement 15 pour faire apparaitre 10 et 5. On distribue 10 et 5 pour trouver 10 x 5 et 5 x 5. 5 x 10, c'est 5 dizaines, c'est 50 et 5 x 5 c'est 25 On fait la somme de 50 et 25 égale 75
Ce qui peut se résumer en une seule ligne : 15 x 5 = (10 + 5) x 5= (10 x 5) + (5 x 5)= 50 + 25 = 75		

Décomposition additive de 15 à l'aide des connaissances sur des faits numériques

- *Pour l'élève, il s'agit de faire apparaitre :* 12 x 5 = 60 et 3 x 5 = 15 comme faits numériques connus.

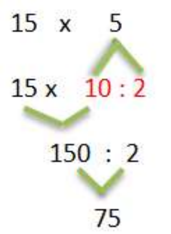
15 x 5 (12 + 3) x 5 (12 x 5) + (3 x 5) 60 + 15 75	15 x 5 = (12 + 3) x 5 = (12 x 5) + (3 x 5) = 60 + 15 = 75	On décompose additivement 15 pour faire apparaitre 12 et 3. On distribue 12 et 3 pour trouver 12 x 5 et 3 x 5. 12 x 5 c'est 60 (fait numérique) et 3 x 5 c'est 15 (fait numérique) On fait la somme de 60 et 15 égale 75
Ce qui peut se résumer en une seule ligne : 15 x 5 = (12 + 3) x 5= (12 x 5) + (3 x 5)= 60 + 15 = 75		

- **Compensation (lien entre multiplication et division) :**

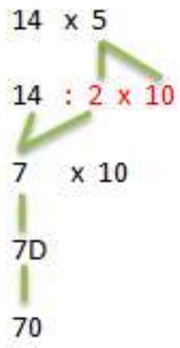
Pour multiplier par 5, on peut multiplier par 10 puis diviser par 2 ou diviser par 2 puis multiplier par 10 (car multiplication et division sont deux opérations inverses, si on multiplie par 10 au lieu de 5, on a multiplié deux fois trop donc on compense en divisant par 2).
autrement écrit : □ x 5 = (□ x 10) : 2 ou □ x 5 = (□ : 2) x 10

15 x 5 = ?

- *Pour l'élève, il s'agit de faire apparaitre 15* x **(10 : 2) =** (15 x 10) : 2 = 150 : 2 = 75 *et mobiliser ses connaissances sur les doubles et moitiés des multiples de 25 (25 x 2 ; 50 x 2, 75 x 2 ; 50 : 2 ; 100 : 2 ; 150 : 2…)*

	15 x 5 = 15 x (10 : 2) = (15 x 10) : 2 = 150 : 2 = 75	On décompose 5 pour faire apparaitre 10 et 2. On associe 15 et 10 pour trouver 150. On divise 150 par 2 (fait numérique) pour trouver 75.
Ce qui peut se résumer en une seule ligne : 15 x 5 = 15 x (10 : 2) **=** (15 x 10) : 2 = 150 : 2 = 75		

- Pour un nombre pair, il est plus facile de diviser par 2 d'abord.

	14 x 5 = (14 : 2) x 10 = 7 x 10 = 7D = 70	14 est pair, on peut donc d'abord le diviser par 2 (prendre sa moitié) puis le multiplier par 10
Ce qui peut se résumer en une seule ligne : 14 x 5 = (14 : 2) x 10 = 7 x 10 = 70		

❖ Vers le calcul en ligne

On propose aux élèves des calculs avec un domaine numérique plus grand :

374 x 5 = ?

Pour l'élève, il s'agit de faire apparaitre 374 x ***(10 : 2)*** *= (374 x10) : 2, mobiliser ses connaissances sur les doubles et moitiés et utiliser des décompositions additives.*

374 x 5 *374 x 10 : 2* *3740 : 2* *3000 + 700 + 40 : 2* *1500 + 350 + 20* *1 870*	*374 x 5* *= (374 x 10) : 2* *= 3 740 : 2* *= (3 000 + 700 + 40) : 2* *= (3 000 : 2) + (700 : 2) + (40 : 2)* *= 1 500 + 350 + 20* *= 1 870*	On décompose 5 pour faire apparaitre 10 et 2. On multiplie 374 par 10 pour trouver 3 740, puis on décompose additivement 3 740 en 3000 + 700 + 40 (décomposition canonique) On distribue 2 à 3000, à 700 et à 40 et on divise 3000 par 2, 700 par 2 et 40 par 2 On obtient 1500 + 350 + 20 que l'on additionne

Ce qui peut se résumer en une seule ligne :
374 x 5 = (374 x 10) : 2 = 3 740 : 2 = (3000 + 700 + 40) : 2 = (3000 : 2) + (700 : 2) + (40 : 2) = 1500 + 350+ 20 = 1870

374 x 5 *374 x 10 : 2* *3740 : 2* *3000 + 600 + 140 : 2* *1500 + 300 + 70* *1870*	*374 x 5* *= (374 x 10) : 2* *= 3 740 : 2* *= (3 000 + 600 + 140) : 2* *= (3 000 : 2) + (600 : 2) + (140 : 2)* *= 1 500 + 300 + 70* *= 1 870*	On décompose 5 pour faire apparaitre 10 et 2. On multiplie 374 par 10 pour trouver 3 740, puis on décompose additivement 3 740 en 3000 + 600 + 140. On distribue 2 à 3000, à 600 et à 140 et on divise 3000 par 2, 600 par 2 et 140 par 2 On obtient 1500 + 300 + 70 que l'on additionne.

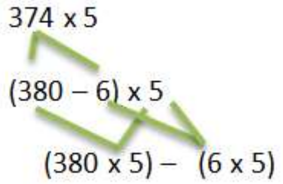
Ce qui peut se résumer en une seule ligne :
374 x 5 = (374 x 10) : 2 = 3 740 : 2 = (3000 + 600 + 140) : 2 = (3000 : 2) + (600 : 2) + (140 : 2) = 1500 + 300+ 70 = 1870

374 x 5 *374 x 10 : 2* *3740 : 2* *374 D : 2* *360 D + 14 D : 2* *180 D + 7 D* *187 D* *1 870*	*374 x 5* *= (374 x 10) : 2* *= 3 740 : 2* *= 374 D : 2* *= (360 D : 2) + (14 D : 2)* *= 180 D + 7 D* *= 187 D* *= 1 870*	On décompose 5 pour faire apparaitre 10 et 2. On multiplie 374 par 10 pour trouver 3 740 3 740 c'est 374 dizaines (374 D) On décompose additivement 374 D en 360 D + 14 D. On distribue 360 D et 14 D et on obtient 360 D : 2 et 14 D : 2. On obtient 180 D + 7 D = 187 D. 187 D c'est 1 870.

Ce qui peut se résumer en une seule ligne :
374 x 5 = (374 x 10) : 2 = 3 740 : 2 = 374 D : 2 = (360 D + 14 D) : 2 = (360 D : 2) + (14 D : 2) = 180 D+ 7 D = 187 D =1870

Compensation et distributivité

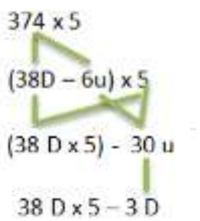
- *Pour l'élève, il s'agit de faire apparaitre* **374** x 5 = (**380 – 6**) x 5

<table>
<tr><td></td><td>374 x 5
= (380 – 6) x 5
= (380 x 5) – (6 x 5)

Suite du calcul :
Possibilité 1 de calcul (non développée avec l'arbre à calcul dans le document)
= (380 x 10) : 2 – (6 x 5)
= (3800 : 2)- 30
= 1 900 – 30
= 1 870

Possibilité 2 de calcul (non développée avec l'arbre à calcul dans le document)
= (300 + 80) x 5 – (6 x 5)
= (300 x 5) + (80 x 5) - 30
= 1 500+ 400 – 30
= 1 900 – 30
= 1 870</td><td>On décompose additivement 374 pour faire apparaitre 380 – 6.
On distribue 5 à 380 et 6 pour obtenir (380 x 5) – (6 x 5).

Puis on calcule
soit en utilisant 5 = 10 : 2

soit en utilisant la décomposition additive de 380 en 300 + 80</td></tr>
<tr><td colspan="3">Ce qui peut se résumer en une seule ligne :
374 x 5 = (380 – 6) x 5 = (380 x 5) – (6 x 5) = (380 x 10) : 2 – (6 x 5) = (3800 : 2) – 30 = 1 900 – 30 = 1 870
ou
374 x 5 = (380 – 6) x 5 = (380 x 5) – (6 x 5) = (300 + 80) x 5 – (6 x 5) = (300 x 5) + (80 x 5) – 30 = 1 500+ 400 – 30 = 1 900 – 30 = 1 870</td></tr>
<tr><td></td><td>374 x 5
= (38 D – 6 u) x 5
= (38 D x 5) – (6 x 5)
= (38 D x 5) – 30 u
= (38 D x 5) – 3 D

Suite du calcul : (non développée avec l'arbre à calcul dans le document)
= (38 D x 10) : 2 – 3 D
= (380 D : 2) - 3D
= 190 D – 3 D
= 187 D
= 1 870</td><td>On décompose 374 en 38 D – 6 u
On distribue 38 D et 5 u avec 5
On convertit 30 u en 3D.
On s'appuie sur 5 = 10 : 2
On multiplie 38 D par 10 puis on divise par 2 pour obtenir 190 D
On soustrait 3 D à190 D.
On obtient 187 D.
187 D c'est 1 870.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Ce qui peut se résumer en une seule ligne :
374 x 5 = (380 – 6) x 5 = (380 x 5) – (6 x 5) =   (38 D – 6 u) x 5 = (38 D x 5) – (6 x 5 u) = (38 D x 5) – 30 u = (38 D x 5) – 3 D = (38 D x 10) : 2 – 3 D = (380 D : 2) - 3D = 190 D – 3 D = 187 D = 1 870</td></tr>
</table>

Pour aller plus loin :

Par extension, on peut proposer des calculs du type :

- x 100   x 1000 sur les nombres entiers
- x 100   x 1000 sur les nombres décimaux
- : 10   : 100 sur les nombres entiers